LYCEE PILOTE MONASTIR

DECEMBRE 2010

MATHEMATIQUES

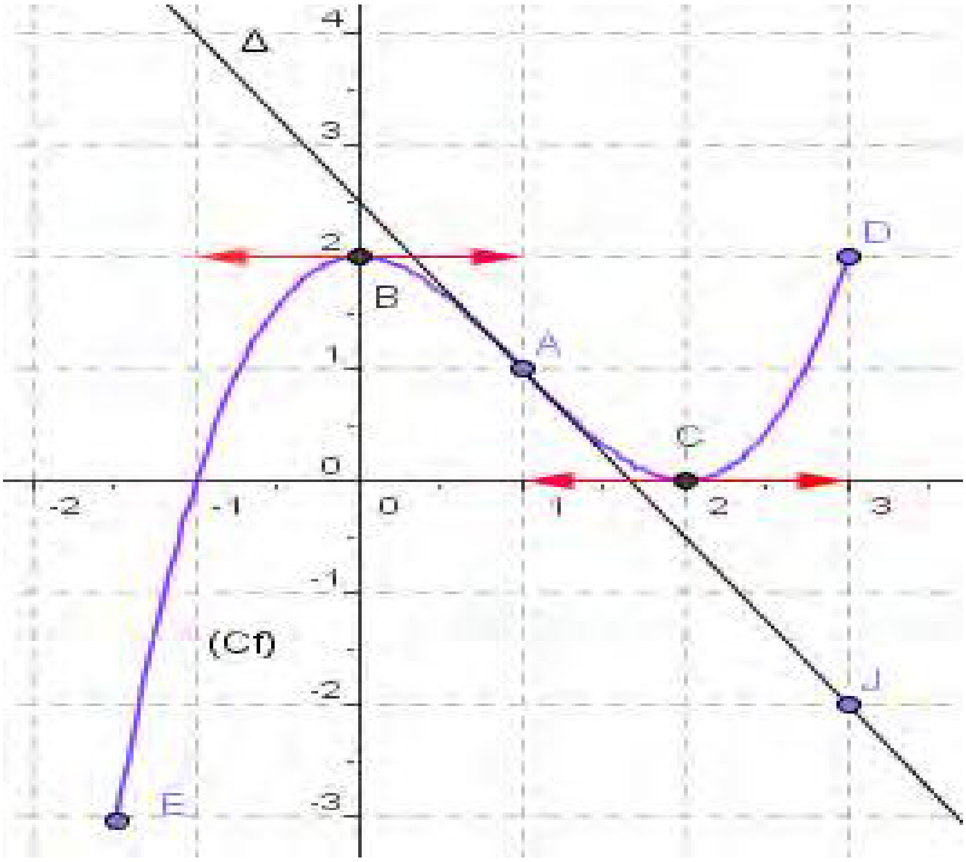
Durée « 2H »

PROF : MOHAMED BENZINA ***$3^{ème}$T***

N.B : ***il sera donné une grande importance à la rédaction et à la présentation de la copie***

EXERCICE N°1 (4 points)

Soit f la fonction définie et dérivable sur l'intervalle $[-\frac{3}{2}\ ;\ 3]$ dont la représentation graphique, dans un repère orthonormé $(O,\vec{I},\vec{J})$ est la courbe *(C$_f$)* ci-dessus.



1)a) Donner $f'(0)$, $f'(1)$ et $f'(2)$ et $\lim\limits_{x \to -1^-} \frac{f(1)-f(0)}{f(x)}$

b) Déterminer une équation de la droite Δ.

2) Déterminer graphiquement le nombre de solutions de l'équation $f(x) = 1$ sur l'intervalle $[-\frac{3}{2}\ ;\ 3]$

3) f est la dérivée d'une fonction F définie sur l'intervalle $[-\frac{3}{2}\ ;\ 3]$. En justifiant la réponse, donner le sens de variation de F.

4) Pour tout $x \in [-\frac{3}{2}\ ;\ 3]$, $f'(x) = ax(x-2)$, a étant une constante réelle. Déterminer a à l'aide des résultats de la question 1. a).

EXERCICE N°2 (6 points)

Soit f la fonction définie par: $f(x) = \begin{cases} \sqrt{1-x} - 2 & si\ \ x \le 0 \\ \dfrac{x^2+x-1}{x+1} & si\ \ x > 0 \end{cases}$

1) Montrer que f est continue en 0
2) Etudier la dérivabilité de f en 0. Interpréter les résultats obtenus

3) a) Dresser le tableau de variations de f
b) En déduire que f(0) est un minimum absolu de f sur IR

4) Soit D la droite d'équation $y=-\frac{1}{4}x$

a) Résoudre dans IR l'équation f ' (x) = $-\frac{1}{4}$

b) En déduire qu'il existe une tangente T à (Cf) parallèle à D dont on donnera une équation cartésienne

5) a) Résoudre dans IR l'équation f(x) = 0
b) Donner le signe de f(x) pour tout x de IR

6) Soit m un réel strictement négatif. Montrer que f '(m)cos^{2}x - sin^{2}x – 1 $\neq 0$ pour tout réel x

EXERCICE N°3 (6 points)

1) On pose pour tout réel x, f(x)= 1+ cos2x + $\sqrt{3}$ sin2x

a) Montrer que 2sin(x+$\frac{\pi}{6}$)= cosx + $\sqrt{3}$ sinx

b) En déduire que f(x) = 4cosx.sin(x+$\frac{\pi}{6}$), puis déduire la valeur de cos $\frac{\pi}{12}$

c) Résoudre dans IR puis dans $\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$ l'équation f(x)=0

2) Soit g la fonction définie sur $\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$ par g(x) = $\frac{1+\cos 2x}{1+\cos 2x+\sqrt{3}\sin 2x}$;

On pose E= $\left]-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right[\setminus \left\{-\frac{\pi}{6}\right\}$

a) Montrer que pour tout x dans E , g(x)=$\frac{\cos x}{2\sin(x+\frac{\pi}{6})}$. En déduire que cotg$\frac{\pi}{12}$ = 2+$\sqrt{3}$

b) Résoudre dans IR l'équation : (2+$\sqrt{3}$)cosx+sinx = 0

c) Résoudre dans IR l'inéquation : (2+$\sqrt{3}$)cosx+sinx > 0

EXERCICE N°4 (4 points)

Dans le plan orienté, On considère un triangle équilatéral ABC tel que $(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC})=\frac{\pi}{3}+2k\pi$.

On pose AB=a et D le point tel que BD=a et $(\overrightarrow{BD},\overrightarrow{BC})=-\frac{\pi}{2}+2k\pi$, $k\in Z$

1) Déterminer la mesure principale de $(\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AC})$

2) Soit C '=S$_B$(C). Quelle est la nature du triangle ACC' ?

3) a) Déterminer les coordonnées des points A,C et C' dans le repère $(B,\overrightarrow{BC},\overrightarrow{BD})$
b) Déduire que (AC) est perpendiculaire à (AC')
c) Déterminer a pour que l'aire du triangle ABC' soit égale à $3\sqrt{3}$ cm^2